

Brückenkurs Mathematik

Von

Dr. Karl Bosch

Professor für angewandte Mathematik
und Statistik an der
Universität Stuttgart-Hohenheim

5., überarbeitete Auflage

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| Vorwort | V |
| Kapitel: Grundlagen der Mengenlehre | 1 |
| 1.1 Der Begriff einer Menge | 1 |
| 1.2 Darstellungen von Mengen | 1 |
| 1.3 Grundmenge und leere Menge | 3 |
| 1.4 Gleichheit von Mengen | 3 |
| 1.5 Teilmengen | 4 |
| 1.6 Durchschnitt und Vereinigung | 5 |
| 1.7 Differenz- und Komplementärmengen | 8 |
| 1.8 Eigenschaften der Mengenoperationen | 9 |
| 1.9 Aufgaben | 10 |
| Kapitel 2: Zahlenbereiche (Zahlenmengen) | 12 |
| 2.1 Die natürlichen Zahlen | 12 |
| 2.2 Die ganzen Zahlen | 14 |
| 2.3 Die rationalen Zahlen (Brüche) | 16 |
| 2.4 Die reellen Zahlen | 20 |
| 2.5 Aufgaben | 22 |
| Kapitel 3: Das Rechnen mit reellen Zahlen | 23 |
| 3.1 Allgemeine Rechenregeln | 23 |
| 3.2 Das Rechnen mit Klammern | 24 |
| 3.3 Klammern in Klammern | 27 |
| 3.4 Aufgaben | 28 |
| Kapitel 4: Das Rechnen mit Brüchen | 30 |
| Kapitel 5: Summen- und Produktzeichen | 35 |
| 5.1 Das Summenzeichen | 35 |
| 5.2 Das Produktzeichen | 38 |
| 5.3 Aufgaben | 39 |
| Kapitel 6: Das Prinzip der vollständigen Induktion und Summenformeln | 41 |
| Kapitel 7: Die binomischen Formeln | 46 |
| Kapitel 8: Der binomische Lehrsatz-Fakultäten-Binomial- koeffizienten | 48 |
| 8.1 Fakultäten | 48 |
| 8.2 Binomialkoeffizienten | 48 |
| 8.3 Der binomische Lehrsatz | 49 |
| 8.4 Aufgaben | 51 |
| Kapitel 9: Das Rechnen mit Quadratwurzeln | 52 |

| | |
|--|-----|
| Kapitel 10: Potenzen und allgemeine Wurzeln | 56 |
| 10.1 Potenzen mit ganzzahligen positiven Exponenten | 56 |
| 10.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten | 57 |
| 10.3 n-te Wurzeln (Potenzen mit dem Exponenten $1/n$) | 58 |
| 10.4 Potenzen mit rationalen Exponenten | 60 |
| 10.5 Lösungen von Potenzgleichungen | 62 |
| 10.6 Aufgaben | 63 |
| Kapitel 11: Logarithmen | 66 |
| 11.1 Allgemeine Logarithmen | 66 |
| 11.2 Zehnerlogarithmen (dekadische Logarithmen) | 67 |
| 11.3 Natürliche Logarithmen | 67 |
| 11.4 Rechenregeln für beliebige Logarithmen | 67 |
| 11.5 Lösungen von Exponentialgleichungen | 70 |
| 11.6 Logarithmen zu verschiedenen Basen | 70 |
| 11.7 Aufgaben | 72 |
| Kapitel 12: Lineare Gleichungen mit einer Variablen | 74 |
| Kapitel 13: Geradengleichungen in der x-y-Ebene | 80 |
| 13.1 Koordinatengleichung einer Geraden | 80 |
| 13.2 Schnitt zweier Geraden | 83 |
| 13.3 Orthogonale Geraden | 85 |
| 13.4 Aufgaben | 85 |
| Kapitel 14: Quadratische Gleichungen | 87 |
| 14.1 Reinquadratische Gleichungen $ax^2 + c = 0$ | 87 |
| 14.2 Die spezielle quadratische Gleichung $ax^2 + bx = 0$; $a \neq 0$ | 88 |
| 14.3 Die allgemeine quadratische Gleichung (quadratische Ergänzung) | 89 |
| 14.4 Der Satz von Vieta | 93 |
| 14.5 Berechnung der zweiten Lösung aus einer Lösung | 95 |
| 14.6 Polynomdivision bei einer vorgegebenen Lösung | 96 |
| 14.7 Wurzelgleichungen, die auf quadratische Gleichungen führen | 97 |
| 14.8 Gleichungen, die durch Substitution auf quadratische Gleichungen führen | 100 |
| 14.9 Gleichungen mit Brüchen mit Unbekannten im Nenner | 103 |
| 14.10 Aufgaben | 106 |
| Kapitells: Parabeln | 108 |
| 15.1 Nach oben geöffnete Normalparabeln | 108 |
| 15.2 Nach unten geöffnete (gespiegelte) Normalparabeln | 110 |
| 15.3 Allgemeine Parabeln | 112 |
| 15.4 Nullstellen von Parabeln - quadratische Gleichungen | 115 |
| 15.5 Schnitt einer Parabel mit einer Geraden | 116 |
| 15.6 Schnitt zweier Parabeln | 118 |
| 15.7 Aufgaben | 120 |
| Kapitel 16: Ungleichungen und Beträge | 121 |
| 16.1 Das Rechnen mit Ungleichungen | 121 |
| 16.2 Intervalle | 122 |
| 16.3 Lineare Ungleichungen mit einer Variablen | 123 |

| | | |
|--|---|------|
| 16.4 | Beträge und Abstände. Ungleichungen mit Beträgen | .126 |
| 16.5 | Quadratische Ungleichungen | .128 |
| 16.5.1 | Reinquadratische Ungleichungen | .128 |
| 16.5.2 | Allgemeine quadratische Ungleichungen | .129 |
| 16.6 | Aufgaben | .137 |
| Kapitel 17: Gleichungen höherer Ordnung-Polynomdivision | | .139 |
| 17.1 | Ausklammern einer Potenz von x | .139 |
| 17.2 | Vorgabe einer Lösung (Polynomdivision) | .141 |
| 17.3 | Aufgaben | .145 |
| Kapitel 18: Lineare Gleichungssysteme | | .146 |
| 18.1 | Lineare Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten | .146 |
| 18.2 | Lineare Gleichungen mit drei Unbekannten | .151 |
| 18.3 | Aufgaben | .152 |
| Kapitel 19: Grundlagen der ebenen Geometrie | | .154 |
| 19.1 | Dreieck | .154 |
| 19.2 | Strahlensätze | .156 |
| 19.3 | Viereck | .157 |
| 19.4 | Vieleck | .159 |
| 19.5 | Kreis | .160 |
| 19.6 | Aufgaben | .160 |
| Kapitel 20: Trigonometrische Funktionen und Bogenmaß | | .162 |
| 20.1 | Trigonometrische Funktionen im rechtwinkligen Dreieck | .162 |
| 20.2 | Bogenmaß auf dem Einheitskreis | .162 |
| 20.3 | Sinus- und Kosinusfunktion | .163 |
| 20.4 | Tangens- und Kotangensfunktion | .166 |
| Kapitel 21: Volumina und Oberflächen von Körpern | | .169 |
| 21.1 | Quader | .169 |
| 21.2 | Würfel | .169 |
| 21.3 | Kreiszylinder | .170 |
| 21.4 | Prismen | .170 |
| 21.5 | Kreiskegel | .171 |
| 21.6 | Pyramiden | .173 |
| 21.7 | Gerader Kegelstumpf | .174 |
| 21.8 | Kugeln | .176 |
| 21.9 | Aufgaben | .176 |
| Kapitel 22: Folgen (reelle Zahlenfolgen) und spezielle Reihen | | .177 |
| 22.1 | Definition einer Folge (reelle Zahlenfolge) | .177 |
| 22.2 | Monotone und beschränkte Folgen | .177 |
| 22.3 | Arithmetische Folge | .178 |
| 22.4 | Arithmetische Reihe | .180 |
| 22.4.1 | Die Summe der natürlichen Zahlen von 1 bis n | .180 |
| 22.4.2 | Die allgemeine arithmetische Reihe | .180 |
| 22.5 | Geometrische Folge | .181 |
| 22.6 | Endliche geometrische Reihe | .182 |

| | | |
|--|---|------|
| 22.6.1 | Spezielle endliche geometrische Reihe | .182 |
| 22.6.2 | Allgemeine endliche geometrische Reihe | .183 |
| 22.7 | Konvergente und divergente Folgen | .184 |
| 22.8 | Die unendliche geometrische Reihe | .187 |
| 22.9 | Aufgaben | .188 |
| Kapitel 23: Differentialrechnung bei Funktionen einer Variablen | | .190 |
| 23.1 | Definition einer Funktion | .190 |
| 23.2 | Grenzwert einer Funktion | .194 |
| 23.3 | Stetige Funktion | .195 |
| 23.4 | Die Ableitung einer Funktion | .200 |
| 23.5 | Kurvendiskussion | .206 |
| 23.6 | Aufgaben | .208 |
| Kapitel 24: Integralrechnung | | .210 |
| 24.1 | Das bestimmte Integral | .210 |
| 24.2 | Die Integralfunktion | .213 |
| 24.3 | Stammfunktion und unbestimmtes Integral | .214 |
| 24.4 | Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe einer beliebigen Stammfunktion | .215 |
| 24.5 | Aufgaben | .218 |
| Lösungen der Aufgaben | | .219 |
| Sachwortverzeichnis | | .258 |