

Höhere Technische Mechanik

Nach Vorlesungen

István Szabó

Zweiter Nachdruck
der fünften, verbesserten und erweiterten Auflage

Springer-Verlag
Berlin • Heidelberg • New York • Tokyo

Inhaltsverzeichnis.

I. Die Prinzipien der Mechanik.

1. Das Prinzip der virtuellen Arbeiten als allgemeines Grundgesetz der Statik	2
1. Einleitende Bemerkungen und der Begriff der virtuellen Verrückung	2
2. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für ein Körpersystem	3
3. Beispiele und Anwendungen.	6
a) Die doppelschiefe Ebene.	6
b) Klappbrücke.	7
c) Zugbrücke.	7
d) Das Torricellische Prinzip.	8
4. Die Arten des Gleichgewichtes (stabiles und labiles Gleichgewicht)	9
i 2. Anwendungen des Prinzips der virtuellen Arbeiten auf die Elastizitätstheorie (Energimethoden der Elastizitätslehre).	12
1. Das elastische Fachwerk.	12
2. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für linear elastische Systeme	14
3. Elastische Systeme aus Hookeischem Material.	17
4. Das Prinzip der virtuellen Kräfte.	19
5. Die Formänderungsarbeit für spezielle Belastungen eines geraden Stabes.	21
a) Reiner Zug bzw. Druck.	21
b) Reine Biegebeanspruchung	22
c) Durch Querkräfte hervorgerufener Schubspannungszustand	23
d) Durch Torsion hervorgerufener Schubspannungszustand	24
6. Die Sätze von CASTIGLIANO.	26
a) Ihre Herleitung.	26
b) Beispiele.	27
a) Kragbalken mit Momentenbelastung.	27
β) Gelenkig gelagerter Balken mit Einzellast.	28
c) Eine Bemerkung.	28
d) Anwendung des ersten Castiglianoschen Satzes zur Bestimmung von Reaktions- und Schnittlasten bei statisch unbestimmten Systemen.	29
7. Das Ritzsche Verfahren	30
Übungen zu § 1 und § 2	37
j 3. Das Prinzip von D'ALEMBERT.	53
1. Einleitende Bemerkungen. Das Problem des Schwingungsmittelpunktes und seine Lösung durch HUYGENS.	63
2. JAKOB BERNOULLIS Problem	54
3. Das Prinzip von D'ALEMBERT.	55
4. Beispiele.	58
a) Drehung eines starren Körpers um eine feste Achse.	58
b) Förderkorb.	58
c) Abrollen auf der schiefen Ebene.	58
d) Bewegung auf der Doppelschiefebene.	59

i 4.	Das Hamiltonsche Prinzip	59
	1. Einleitende Bemerkungen.	59
	2. Die Lagrangesche Zentralgleichung.	59
	3. Das Hamiltonsche Prinzip.	60
	4. Die Prinzipien von MAUFERTÜS, GATJSS und HERTZ.	61
t 5.	Schwingungen von Saiten (Seilen), Membranen und Stäben.	62
	1. Die Bewegungsgleichung einer Saite.	62
	2. Allgemeine Bewegungsgleichungen eines dehnbaren Fadens.	69
	3. Die Bewegung einer Membran.	71
	a) Die rechteckige Membran.	73
	b) Die kreisförmige Membran.	74
	4. Stabschwingungen.	76
	a) Longitudinalschwingungen.	76
	b) Torsionsschwingungen.	78
	c) Transversalschwingungen von Stäben.	78
	d) Erzwungene Transversalschwingungen von Stäben.	82
	5. Näherungsweise Ermittlung der ersten Eigenkreisfrequenz von Saiten, Membranen und Stäben nach RAYLEIGH.	83
	a) Schwingende Saite.	84
	b) Durch Einzelmasse belastete Saite.	84
	c) Transversal schwingender Stab mit Einzelmasse.	85
	d) Kreisförmige Membran.	86
j 6.	Lagrangesche Bewegungsgleichungen.	86
	1. Vorbereitende Bemerkungen.	86
	2. Die Bewegungsgleichungen.	87
	3. Ein Beispiel: Das Doppelpendel.	89
j 7.	Die räumliche (Dreh-)Bewegung eines starren Körpers	90
	1. Bewegung eines starren Körpers um einen raumfesten Punkt. Die Eulerachen Gleichungen.	91
	2. Die kinetische Energie. Das Trägheitsellipsoid.	93
	3. Die kräftefreie Bewegung. Der Kreisel.	94
	a) Der Körper dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine Hauptträgheitsachse.	95
	b) Der Kreisel.	96
	4. Das Moment der Kreiselwirkung. Deviationswiderstand.	97
	5. Der schwere Kreisel. Die Eulerschen Winkel.	99
§ 8.	Variationsrechnung mit Anwendungen auf die Mechanik	101
	1. Einleitende und historische Bemerkungen.	101
	2. Die Eulersche Differentialgleichung.	103
	3. Beispiele.	106
	a) Die Brachistochrone.	106
	b) Rotationskörper kleinster Oberfläche.	107
	c) Die Form eines homogenen schweren Seiles.	107
	d) Das Prinzip von FERMAT.	108
	e) Variationsproblem und Laplacesche Potentialgleichung.	108
	4. Variationsproblem und Differentialgleichung.	108
	5. Eigenwertbestimmung nach dem Ritzschen Verfahren. Der Rayleigh- sche Quotient.	110
	a) Die Differentialgleichung zweiter Ordnung.	110
	b) Die Differentialgleichung vierter Ordnung.	115
	Übungen zu § 3 bis § 8.	117

II. Ausgewählte Probleme der höheren Elastizitätstheorie.

§9. Der allgemeine Spannungs- und Deformationszustand der linearen Elastizitätstheorie	142
1. Spannungen und Gleichgewichtsbedingungen	L42
2. Die Deformationsgleichungen	145
3. Die Differentialgleichungen für die Verschiebungen und Spannungen	146
§10. Der ebene Spannungszustand	148
1. Einleitende Bemerkungen	148
2. Der Mohrsehe Spannungskreis	149
3. Die Verträglichkeitsbedingung und die Differentialgleichungen für die Spannungen	152
4. Die Airysche Spannungsfunktion	153
5. Beispiele von Airyschen Spannungsfunktionen	154
6. Ebener Spannungszustand in Polarkoordinaten	157
a) Bohrung in einer Vollscheibe mit Radialdruck	159
b) Reine Biegung eines kreisbogenförmigen Balkens	159
§11. Der rotationssymmetrische Spannungszustand	161
1. Gleichgewichtsbedingungen und Deformationsgleichungen	161
2. Spezialfälle an Kreiszyklindern und Kreisrohren	162
a) Mittlerer Bereich eines sehr langen Rohres bzw. Zylinders	162
a) Der ebene Deformationszustand	164
β) Der Fall freier Zylinderenden	164
γ) Der Fall belasteter Zylinderenden	165
b) Der ebene Spannungszustand	165
c) Beispiele	166
a) Kreiszyklindrisches Rohr mit innerer und äußerer Belastung	166
β) Rotierender Vollkreiszyklinder	167
3. Die Differentialgleichungen für die Verschiebungen im allgemeinen rotationssymmetrischen Fall ohne Massenkkräfte	167
4. Der durch eine Einzelkraft belastete elastische Halbraum	169
5. Die Theorie der Härte von HEINBIOH HERTZ	171
6. Die Theorie des Stoßes elastischer Körper nach HBRTZ	176
5 12. Theorie der dünnen Platten mit kleiner Durchbiegung. (Kirchhoffsohe Plattentheorie)	179
1. Erklärungen	17p,
2. Spannungen, Schnittlasten, Gleichgewichtsbedingungen	179
3. Die Deformationen. Die Plattengleichung	jg j
4. Die Randbedingungen und Auflagerlasten	jg 3
a) Eingespannter Rand	183
b) Frei gestützter Rand	184
c) Kräftefreier Rand	185
5. Einfache Anwendungen der Plattengleichung	jgg
a) Der Plattenstreifen	186
b) Am Rande eingespannte elliptische Platte unter konstanter Last	ige
6. Die freigelagerte rechteckige Platte	187
a) Platte mit gleichmäßiger Vollast	188
b) Belastung durch eine Einzelkraft	188
7. Die Kreisplatte	189
8. Spezielle Belastungs- und Lagerungsfälle von Kreisplatten	192
a) Die eingespannte Platte unter gleichmäßiger Last	192
b) Freigestützte Platte unter gleichmäßiger Last	192
c) Platte mit Einzellast im Mittelpunkt	193

9. Plattenschwingungen.	193
a) Die freigestützte Rechteckplatte.	193
b) Die eingespannte Kreisplatte.	194
c) Bestimmung der ersten Eigenkreisfrequenz nach der Energiemethode	195
§13. Einblick in die Schalentheorie.	197
1. Erklärungen.	197
2. Membrantheorie rotationssymmetrischer Schalen mit ebensolchen Lasten.	198
3. Beispiele für Membranspannungszustände.	200
a) Die Kugelschale.	200
a) Belastung durch Eigengewicht	200
β) Konstanter Innendruck	200
γ) Hydrostatischer Druck	201
b) Kegelschale.	201
4. Biegebeanspruchung rotationssymmetrischer Schalen.	201
Übungen zu § 9 bis § 13.	204
§14. Torsion von Stäben	272
1. Einleitende Bemerkungen.	272
2. Die Theorie von DE SAINT-VANANT.	273
3. Beispiele.	278
a) Der elliptische Stab.	278
b) Der schmale rechteckige Stab.	280
c) Der rechteckige Stab.	282
4. Das Membrangleichnis (Seifenhautmethode) und das hydrodynamische Gleichnis.	289
5. Torsion bei behinderter Querschnittsverwölbung	292
a) Wölbkrafttorsion eines I-Trägers.	293
b) Der rechteckige Stab.	296
Übungen zu § 14.	302
§ 15. Instabilitätsprobleme	312
1. Einleitende Bemerkungen.	312
2. Die Durchbiegung (Elastika) des geknickten Stabes.	313
a) Lösung durch Iteration.	313
b) Lösung mit Hilfe der Störungsrechnung	315
3. Knickung im elastischen Bereich (Eulersche Theorie) und im nicht-elastischen Bereich	317
4. Das Kippen eines auf Biegung beanspruchten Trägers mit schmalem Rechteckquerschnitt.	319
5. Knickung kreisförmiger Ringe und Rohre unter Außendruck	322
a) Die Differentialgleichung der Biegelinie.	322
b) Knickung unter gleichmäßigem Außendruck	323
α) Knicken eines Ringes von kreisförmigem Querschnitt	325
β) Beulen einer Kreiszyinderschale unter Außendruck	325
6. Beulung von Platten.	325
7. Die Theorie der Beulung von Schalen.	330
8. Biegedrillknickung von axial gedrückten Stäben.	332
Übungen zu § 15.	339
III. Einblick in die Plastizitätstheorie.	
§16. Allgemeine Betrachtungen	363
1. Einführende Bemerkungen über Ziele und Entwicklung der Plastizitätstheorie.	363
2. Physikalische Voraussetzungen.	366
3. Der Spannungs- und Deformationszustand	367
a) Der Spannungszustand.	367
b) Der Deformationszustand.	369

4. Fließbedingungen und Verfestigungsgesetze. Bruchhypothesen . . .	371
5. Die Spannungs-Deformations-Beziehungen . . .	374
a) Elastisches Material	374
b) Die Gesetze von NEWTON, KELVIN und MAXWELL	374
c) Das Gesetz von HBNCKY.	375
d) Das differentielle Spannungs-Deformations-Gesetz nach DE ST.- VENANT, LEVY-V. MISES und PRANDTL-REUSS.	376
e) Finites oder differentielles Gesetz?.	377
6. Die Deformationsenergie.	378
7. Die Lösungen von Problemen der Plastizitätstheorie.	379
i 17. Anwendungen	380
1. Theorie der plastischen Balkenbiegung.	380
2. Beispiele und Ergänzungen zur Balkentheorie.	383
a) Durchführung der Lösung für idealplastisches Material und recht- eckigen Querschnitt.	383
b) Beispiele.	384
«) Gleichmäßig belasteter frei aufliegender Balken.	384
β) Durch Einzellast belasteter Kragträger.	385
c) Die Berechnung der Durchbiegung.	386
d) Die Schubspannungen.	387
3. Plastische Torsion.	387
< Das achsensymmetrische Problem.	394
5. Kniokung von Stäben nach Überschreiten der Proportionalitätsgrenze	401
a) Die Knicktheorie nach ENGESSER-V. KARMÁN.	402
b) Die Knioktheorie nach SHANLBY.	404
6. Das Problem des ebenen plastischen Fließens und die Theorie der Gleitlinien.	405
7. Der Walzvorgang als Beispiel für ein technologisches Formgebungs- verfahren.	410
Übungen zu § 16 und § 17.	412
IV. Theorie der Flüssigkeiten und Gase.	
i 18. Ideale Flüssigkeiten	429
1. Die Eulerschen Grundgleichungen.	430
2. Die Kontinuität [^] - und Zustandsgleichung.	431
3. Erhaltung der Masse. Impuls- und Energiesatz	433
i 19. Dynamik inkompressibler idealer Flüssigkeiten	434
1. Die allgemeinen Gleichungen und grundsätzliche Bemerkungen . . .	434
2. Die Helmholtzschen Wirbelsätze.	437
3. Potentialströmungen.	438
4. Ebene stationäre Potentialströmung.	441
5. Beispiele ebener Potentialströmungen.	444
a) Parallelströmung.	444
b) Quelllinienströmung.	444
c) Wirbellinienströmung.	445
d) Quell- und Senkenströmung. Doppelquelle (Dipol).	445
6. Strömung um einen Kreis.	447
a) Ausweichströmung.	447
b) Parallelströmung mit Zirkulation.	448
7. Methode der konformen Abbildung.	449
8. Beispiele zur Methode der konformen Abbildung	451
a) Abbildung des Kreises in ein Kreisbogenstück.	451
b) Die Strömung um eine Platte.	452
9. Die Bedingung von KUTTA, JOITKOWSKI-Profil.	453
10. Ebene Oberflächenwellen.	454

§20. Bewegung zäher Flüssigkeiten	466
1. Die Bewegungsgleichungen von NAVIER-STOKES.	456
2. Die Stokessche Widerstandsformel für die Kugel	460
3. Flüssigkeiten geringer Zähigkeit. Die Grenzschicht von PRANDTL	462
aj Grundsätzliche Bemerkungen	462
b) Strömung um eine dünne Platte.	463
c) Ablösung der laminaren Grenzschicht und Wirbelbildung	465
d) Bemerkungen zur Tragflügeltheorie.	467
§21. Einblick in die Dynamik idealer Gase.	469
1. Die Grundgleichungen der Gasdynamik.	469
2. Die thermodynamischen Grundgesetze.	470
3. Ausbreitung kleiner Störungen. Die Schallgeschwindigkeit	472
4. Die Machsche Zahl.	474
5. Verdichtungsstoß oder Stoßwelle.	475
6. Stationäre und wirbelfreie Strömung	477
7. Stationäre Stromfadentheorie.	479
§ 22. Potentialtheoretische Behandlung gasdynamischer Probleme	483
1. Die Differentialgleichung des Geschwindigkeitspotentials einer wirbel- freien und stationären Strömung.	483
2. Ebene und parallele Anströmung eines schlanken Profils.	485
3. Strömung um schlanke Rotationskörper.	488
4. Rotationskörper kleinsten Widerstandes.	491
§ 23. Gasströmungen mit Unstetigkeitsflächen (Verdichtungs- stöße).	496
1. Die allgemeinen Stoßgleichungen.	496
2. Der eindimensionale stationäre Verdichtungsstoß.	501
3. Der eindimensionale instationäre Verdichtungsstoß.	501
4. Weitere Bemerkungen zur Theorie des Verdichtungsstoßes	502
Übungen zu § 18 bis § 23.	504
Anhang. Vermischte Übungsaufgaben.	529
Namen- und Sachverzeichnis.	536