

ARITHMETIK, ALGEBRA UND ELEMENTARE FUNKTIONENLEHRE

21. Auflage

*Mit 123 Bildern, 1279 Aufgaben mit Lösungen,
213 Wiederholungsaufgaben ohne Lösungen und einer
Formelsammlung*

A

Fachbuchverlag Leipzig

Inhaltsverzeichnis

1.	Logik und Mengenlehre	13
1.1.	Die Rolle der Sprache in der Mathematik	13
1.1.1.	Allgemeine Bemerkungen	13
1.1.2.	Aussagen und Adftsageformen	13
1.1.3.	Verknüpfung von Aussagen	15
1.1.3.1.	Einführendes Beispiel	15
1.1.3.2.	Die Negation.	16
1.1.3.3.	Die Konjunktion	16
1.1.3.4.	Die Disjunktion bzw. Alternative.	18
1.1.3.6.	Die Implikation	21
1.1.3.6.	Die Äquivalenz	23
	Aufgaben 1 bis 4	26
1.2.	Grundbegriffe der Mengenlehre	26
1.2.1.	Der Begriff der Menge.	26
1.2.2.	Die Angabe von Mengen.	28
1.2.3.	Mengenrelationen	30
1.2.3.1.	Teilmenge	30
1.2.3.2.	Gleichheit zweier Mengen	31
1.2.4.	Mengenoperationen.	32
1.2.4.1.	Vereinigung von Mengen	32
1.2.4.2.	Durchschnitt von Mengen	34
1.2.4.3.	Differenz zweier Mengen	35
	Aufgaben 5 bis 16 "	37

Arithmetik

2.	Allgemeine Zahlen	41
2.1.	Notwendigkeit und Vorteile	41
2.2.	Einfache Rechenoperationen mit allgemeinen Zahlen	42
	Aufgaben 1 bis 7.	43
2.3.	Addition und Subtraktion mit allgemeinen Zahlen, Grundgesetze	44
	Aufgabe 8.	46
2.4.	Bedeutung der Klammern, Auflösen von Klammern in Verbindung mit Addition und Subtraktion	46
2.4.1.	Einführen von Klammern	46
2.4.2.	Auflösen von Klammern	48
	Aufgaben 9 bis 14.	49
2.5.	Einführung der negativen Zahlen, Addieren und Subtrahieren von Zahlen mit positiven und negativen Vorzeichen	50 \
	Aufgaben 15 bis 20.	54 \

Inhaltsverzeichnis

2.6.	Multiplikation mit allgemeinen Zahlen, Auflösen von Klammern, binomische Formeln	55
2.6.1.	Multiplikation mit positiven und negativen Zahlen	55
	Aufgabe 21	57
2.6.2.	Multiplikation einer algebraischen Summe mit einer Zahl	57
	Aufgaben 22 bis 23	58
2.6.3.	Multiplikation zweier Klammerausdrücke (Binome)	59
2.6.4.	Die ersten drei binomischen Formeln	60
	Aufgaben 24 bis 34	61
2.7.	Division mit allgemeinen Zahlen, Faktorenzerlegung, Partialdivision, Bruchrechnung	62
2.7.1.	Division durch eine ganze Zahl	62
	Aufgaben 35 bis 37.	64
	Aufgaben 38 bis 42	65
2.7.2.	Division durch eine Summe	65
	Aufgaben 43 bis 45	68
2.7.3.	Rechnen mit Brüchen	69
	Aufgaben 46 bis 55	74
3.	Potenzen und Wurzeln	77
3.1.	Potenzen mit ganzen Exponenten, Rechengesetze, Potenzen von Binomen (Fascalsches Dreieck)	77
3.1.1.	Begriff der Potenz; erste Erweiterung des Potenzbegriffes (a^1)	77
3.1.2.	Addieren und Subtrahieren von Potenzen	78
3.1.3.	Multiplizieren von Potenzen	78
	Aufgaben 66 bis 60.	79
	Aufgabe 61.	80
3.1.4.	Dividieren von Potenzen	81
	Aufgaben 62 bis 68	82
	Aufgaben 69 bis 72	84
3.1.5.	Potenzieren von Potenzen	85
	Aufgaben 73 bis 75.	85
3.1.6.	Zweite und dritte Erweiterung des Potenzbegriffes (a^B und a^o).	86
	Aufgaben 76 bis 85.	89
3.1.7.	Potenzen von Binomen	91
	Aufgabe 86	92
3.1.8.	Die Potenz- und Exponentialfunktion und ihre Kurven	93
3.2.	Wurzeln, rationale und irrationale Zahlen, Einführung gebrochener Exponenten, Rechengesetze	97
3.2.1.	Rationale Zahlen	97
3.2.2.	Der Wurzelbegriff	99
3.2.3.	Irrationale Zahlen	102
3.2.4.	Quadratwurzelziehen	103
	Aufgaben 87 bis 88	107

Inhaltsverzeichnis

3.2.5.	Die Wurzel als Potenz mit gebrochenem Exponenten; vierte Erweiterung des Potenzbegriffes $a^{\frac{m}{n}}$	.107
	Aufgaben 89 bis 90.	.109
3.2.6.	Rechengesetze für Wurzeln.	.109
	Aufgaben 91 bis 99.	.112
	Aufgaben 100 bis 104.	.117
	Aufgaben 105 bis 107.	.120
	Aufgabe 108.	.122
	Aufgaben 109 bis 114.	.126
3.2.7.	Die Wurzelfunktion und ihre Kurven.	.127
%,	Komplexe Zahlen	.129
4.1.	Grundbegriffe.	.129
	Aufgaben 115 bis 116.	.132
4.2.	Darstellung in der Gaußschen Zahlenebene.	.133
4.3.	Goniometrische Darstellung komplexer Zahlen.	.134
	Aufgaben 117 bis 118.	.138
4.4.	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen.	.138
	Aufgaben 119 bis 123.	.141
	Aufgaben 124 bis 128.	.145
4.5.	Lehrsatz von Moivre.	.145
	Aufgaben 129 bis 130.	.147
	Aufgabe 131.	.150
4.6.	Die Exponentialform der komplexen Zahl.	.150
4.6.1.	Die Eulersche Gleichung und die Exponentialform.	.150
4.6.2.	Übergang von einer Form der komplexen Zahl in eine andere.	.153
	Aufgaben 132 bis 135.	.166
4.6.3.	Bedeutung der Exponentialform in der Elektrotechnik.	.156
lg	Logarithmen und technische Rechenhilfsmittel.	.168
5.1.	Begriff des Logarithmus.	.168
	Aufgaben 136 bis 137.	.162
5.2.	Praktisches Rechnen mit Logarithmen.	.168
5.2.1.	Logarithmengesetze	
	Aufgaben 138 bis 141.	
5.2.2.	Die logarithmische Rechentafel.	.167
	Aufgabe 142.	.168
	Aufgabe 143 bis 144.	
	Aufgaben 145 bis 146.	
5.3.	Natürliche Logarithmen.	.1
	Aufgaben 147 bis 150.	.1
5.4.	Logarithmische Skalen.	.1
5.4.1.	Der Rechenstab.	.177,

8.4.2.	Darstellung von Funktionen auf logarithmischem Papier.	181
	Aufgabe 151.	183
	Aufgabe 152.	185
6.4.3.	Beispiel eines einfachen Nomogramms.	186
5.5.	Elektronische Taschenrechner.	189
6.6.1.	Aufbau elektronischer Taschenrechner.	189
6.5.2.	Wirkungsweise elektronischer Taschenrechner.	191
	Aufgaben 153 bis 158.	198
5.5.3.	Zahlendarstellung	199
5.5.4.	Rechnen mit elektronischen*Taschenrechnern	200
	Aufgaben 159 bis 173.	206
5.5.5.	Ausblick	208
6.	Arithmetische und geometrische Folgen und Reihen	209
6.1.	Die arithmetische Folge und Reihe.	209
	Aufgaben 174 bis 182.	214
6.2.	Die geometrische Folge und Reihe.	215
	Aufgaben 183 bis 187.	219
	Aufgaben 188 bis 191.	222f
6.3.	Anwendungen der geometrischen Folge und Reihe.	222
	Aufgaben 192 bis 195.	226
	Aufgaben 196 bis 201.	231
6.4.	Verzinsung in momentanen Zeiträumen und die Zahl e	232
7.	Der binomische Lehrsatz und die binomische Reihe.	235
7.1.	Der binomische Lehrsatz.	235
	Aufgaben 202 bis 208.	239
7.2.	Die binomische Reihe.	239
	Aufgaben 209 bis 212.	243
7.3.	Die Zahl e und der binomische Satz	244
	Aufgabe 213.	244
8.	Fehlerrechnung	245
8.1.	Von kleinen Größen	245
8.2.	Berechnung von Fehlern und Fehlereinflüssen	246
	Aufgaben 214 bis 220.	254

Algebra und elementare Funktionenlehre

9.	Die verschiedenen Arten der Gleichung.	255
9.1.	Begriff der Gleichung.	255
9.2.	Einteilung der Gleichungen.	255
9.3.	Zusammenhang zwischen Bestimmungsgleichungen und identischen Gleichungen.	256

10 Inhaltsverzeichnis

10.	Funktion und graphische Darstellung	257
10.1.	Methode der graphischen Darstellung	257
10.2.	Veränderliche Größen und Funktionen	259
10.3.	Empirische und analytische Funktionen	260
10.4.	Definitionsbereich einer Funktion	261
10.5.	Koordinatensysteme.	262
10.6.	Graphische Darstellung einer durch eine Gleichung gegebenen Funktion	264
10.7.	Das Symbol $y(x)$	269
10.8.	Parameterdarstellung einer Funktion.	270
10.9.	Anpassung des Achsenkreuzes an besondere Funktionen	272
10.10.	Funktionen von mehreren Veränderlichen	273
10.11.	Kritische Betrachtung des Funktionsbegriffes.	274
	Aufgaben 221 bis 238.	274
10.12.	Die lineare Funktion	276
	Aufgaben 239 bis 248.	281
11.	Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten	282
11.1.	Begriff der Bestimmungsgleichung 1. Grades; Begriff der Lösung; allgemeine Form.	282
11.2.	Vorbereitende Sätze zur Lösung von Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten.	282
11.3.	Numerische Lösung von Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten	284
11.4.	Graphische Lösung von Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten	292
11.5.	Diskussion der Gleichung 1. Grades mit einer Unbekannten.	292
11.6.	Das Umstellen von Formeln	293
11.7.	Eingekleidete Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten.	293
	Aufgaben 249 bis 609.	301
12.	Proportionen	320
12.1.	Das Verhältnis zweier Größen.	320
12.2.	Die Verhältnisgleichung oder Proportion; Begriff, Bezeichnungen, Bedeutung	320
12.3.	Rechengesetze für Proportionen	321
12.4.	Proportionen als Bestimmungsgleichungen; die vierte Proportionale	327
12.5.	Stetige Proportionen; die mittlere Proportionale.	328
12.6.	Fortlaufende Proportionen	328
12.7.	Direkte Proportionalität	330
12.8.	Umgekehrte Proportionalität	332
12.9.	Behandlung angewandter Aufgaben	333*
	Aufgaben 610 bis 635.	335
13.	Gleichungen 1. Grades mit mehreren Unbekannten.	339
13.1.	Gleichungen 1. Grades mit zwei Unbekannten	339
13.1.1.	Begriff der Gleichung 1. Grades mit zwei Unbekannten.	339

13.1.2.	Begriff der Lösung; Zahl der Lösungen	339
13.1.3.	Vorbereitende Sätze zur Lösung	340
13.1.4.	Numerische Lösungsverfahren	341
13.1.6.	Das graphische Lösungsverfahren	344
13.1.6.	Diskussion des Systems von zwei Gleichungen 1. Grades mit zwei Un- bekannten	345
13.1.7.	Schwierigere Gleichungen 1. Grades mit zwei Unbekannten.	346
13.2.	Gleichungen 1. Grades mit drei und mehr Unbekannten	347
13.2.1.	Allgemeine Definition und Sätze	347
13.2.2.	Lösungsverfahren.	348
	Aufgaben 636 bis 794 . .VT.	349
14.	Quadratische Funktion und quadratische Gleichung	361
14.1.	Die quadratische Funktion; Begriff; Funktionstypen.	361
14.2.	Nullstellen einer quadratischen Funktion	363
	Aufgaben 795 bis 800.	364
14.3.	Quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten; Begriff; allgemeine Form und Normalform	365
14.4.	Numerische Lösung der quadratischen Gleichung	365
14.5.	Formelmäßige Lösung der Normalform	369
14.6.	Imaginäre und komplexe Lösungen der quadratischen Gleichung	370
14.7.	Lösung der allgemeinen gemischtquadratischen Gleichung	372
14.8.	Graphische Lösung der quadratischen Gleichung	373
14.9.	Diskussion der quadratischen Gleichung mit einer Unbekannten	373
14.10.	Zusammenhang zwischen den Koeffizienten und Lösungen der Gleichung; Wurzelsatz von Vieta.	374
14.11.	Produktform der quadratischen Gleichung	377
14.12.	Gleichungen höheren Grades, die sich auf quadratische Gleichungen zu- rückführen lassen	378
	Aufgaben 801 bis 982.	380
14.13.	Quadratische Gleichungen mit zwei Unbekannten	387
	Aufgaben 983 bis 1018.	391
15.	Wurzelgleichungen; Exponentialgleichungen; logarithmische Gleichun- gen.	393
16.1.	Wurzelgleichungen	393
15.1.1.	Wurzelgleichungen mit einer Unbekannten	393
15.1.2.	Wurzelgleichungen mit zwei Unbekannten	397
	Aufgaben 1019 bis 1141.	399
15.2.	Exponentialgleichungen	403
	Aufgaben 1142 bis 1192.	406
15.3.	Logarithmische Gleichungen.	407
	Aufgaben 1193 bis 1203.	409
16.	Fortsetzung der Funktionenlehre.	410
16.1.	Entwickelte und unentwickelte Funktionen.	410
	Aufgaben 1204 bis 1211.	411

12	Inhaltsverzeichnis	
16.2.	Monotone Funktionen.	411
16.3.	Die Umkehrfunktion.	412
	Aufgaben 1212 bis 1213.	416
16.4.	Einteilung der Funktionen.	416
16.5.	Die ganze rationale Funktion.	418
16.6.	Numerische Berechnung von Funktionswerten einer ganzen rationalen Funktion (Horner'sches Schema).	418
	Aufgaben 1214 bis 1221.	420
16.7.	Graphische Ermittlung von Funktionswerten einer ganzen rationalen Funktion.	421
	Aufgaben 1222 bis 1223.	424
16.8.	Das Interpolationsproblem; Verfahren von Newton.	424
	Aufgaben 1224 bis 1228.	426
17.	Algebraische Gleichungen höheren Grades mit einer Unbekannten . . .	428
17.1.	Algebraische Gleichungen 3. Grades (Kubische Gleichungen).	428
17.2.	Algebraische Gleichungen n-ten Grades.	434
	Aufgaben 1229 bis 1253.	444
18.	Allgemeine (nicht algebraische) Gleichungen mit einer Unbekannten . . .	445
	Aufgaben 1254 bis 1261.	448
19.	Determinanten	449
19.1.	Zweireihige Determinanten (Determinanten 2. Grades).	449
19.1.1.	Definition der zweireihigen Determinante; Lösung eines Systems von zwei Gleichungen 1. Grades mit zwei Unbekannten.	449
19.1.2.	Diskussion eines Systems von zwei Gleichungen 1. Grades mit zwei Un- bekannten.	451
19.2.	Dreireihige Determinanten (Determinanten 3. Grades).	454
19.2.1.	Definition der dreireihigen Determinante	454
19.2.2.	Entwicklung einer Determinante nach den Elementen einer Reihe; Unterdeterminanten.	455
19.2.3.	Lösung eines Systems von drei Gleichungen 1. Grades mit drei Unbe- kannten.	457
19.2.4.	Diskussion eines Systems von drei Gleichungen 1. Grades mit drei Unbe- kannten.	458
19.2.5.	Determinantengesetze.	462
19.3.	n-reihige Determinanten (Determinanten n-ten Grades).	466
	Aufgaben 1262 bis 1263.	468
	Wiederholungsaufgaben 1 bis 213 (ohne Lösungen).	469
	Das griechische Alphabet	480
	Mathematische Zeichen nach DIN 1302.	481
	Lösungen.	487
	Sachwortverzeichnis.	531
	Beilage: Formelsammlung	