

# Allgemeine Methodenlehre der Statistik

Höhere Methoden unter besonderer  
Berücksichtigung der Anwendungen in  
Naturwissenschaften, Medizin und Technik

Johann Pfanzagl

Fünfte, unveränderte Auflage  
mit ergänztem Literaturverzeichnis

Mit 42 Abbildungen

**W**  
**DE**  
**G**

1978

Walter de Gruyter • Berlin • New York

# Inhaltsverzeichnis

|                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| Einleitung . . . . .                                                | 7  |
| 1 Die Wahrscheinlichkeit . . . . .                                  | 8  |
| 1.1 Der Begriff der Wahrscheinlichkeit . . . . .                    | 8  |
| 1.2 Das Additionstheorem. . . . .                                   | 11 |
| 1.3 Stochastische Unabhängigkeit . . . . .                          | 12 |
| 2 Häufigkeitsverteilungen . . . . .                                 | 15 |
| 2.1 Grundbegriffe. . . . .                                          | 15 |
| 2.2 Die Binomialverteilung. . . . .                                 | 18 |
| 2.3 Die Hypergeometrische Verteilung. . . . .                       | 22 |
| 2.4 Die Poissonverteilung . . . . .                                 | 26 |
| 2.5 Die Normalverteilung . . . . .                                  | 30 |
| 2.6 Das Wahrscheinlichkeitsnetz. . . . .                            | 36 |
| 2.7 Die Zerlegung von Mischverteilungen. . . . .                    | 41 |
| 2.8 Weitere Anwendungen in der technischen Statistik . . . . .      | 44 |
| 1.9 Die zweidimensionale Normalverteilung . . . . .                 | 47 |
| 3 Funktionen zufälliger Variabler. . . . .                          | 49 |
| 3.1 Das induzierte Wahrscheinlichkeitsmaß. . . . .                  | 49 |
| 3.2 Lineare Funktionen zufälliger Variabler. . . . .                | 52 |
| 3.3 Spezielle Funktionen normalverteilter Variabler. . . . .        | 57 |
| 3.4 Mittelwerte aus großen Stichproben. . . . .                     | 61 |
| 3.5 Transformationen. . . . .                                       | 67 |
| 4 Schätzung von Parametern . . . . .                                | 72 |
| 4.1 Einleitung . . . . .                                            | 72 |
| 4.2 Die Schätzung von Funktional-Parametern. . . . .                | 76 |
| 4.3 Die maximum likelihood-Methode. . . . .                         | 77 |
| 4.4 Die praktische Berechnung des m. l.-Schätzers. . . . .          | 79 |
| 5 Normalverteilung; elementare Verfahren . . . . .                  | 85 |
| 5.1 Einleitung . . . . .                                            | 85 |
| 5.2 Das Mutungsintervall für den Mittelwert . . . . .               | 87 |
| 5.3 Der Signifikanz-Test für den Mittelwert . . . . .               | 90 |
| 5.4 Allgemeine Bemerkungen über das Testen von Hypothesen . . . . . | 94 |

|     |                                                                                   |     |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.5 | Einseitige und zweiseitige Problemstellung . . . . .                              | 98  |
| 5.6 | Die Gütefunktion eines Tests. . . . .                                             | 101 |
| 5.7 | Der Vergleich zweier Mittelwerte. . . . .                                         | 103 |
| 5.8 | Die Kontrollkarte. . . . .                                                        | 106 |
| 6   | Kleine Stichproben aus diskreten Verteilungen . . . . .                           | 113 |
| 6.1 | Binomialverteilung: Test für $p$ . . . . .                                        | 114 |
| 6.2 | Binomialverteilung: Mutungsintervall für $p$ . . . . .                            | 119 |
| 6.3 | Binomialverteilung: Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten . . . . .               | 122 |
| 6.4 | Hypergeometrische Verteilung (Stichprobenpläne für qualitative Merkmale). . . . . | 125 |
| 6.5 | Poissonverteilung: Test und Mutungsintervall für den Mittelwert . . . . .         | 128 |
| 6.6 | Poissonverteilung: Vergleich zweier Mittelwerte. . . . .                          | 131 |
| 7   | Verteilungsunabhängige Verfahren . . . . .                                        | 134 |
| 7.1 | Einleitung . . . . .                                                              | 134 |
| 7.2 | Der Zeichentest . . . . .                                                         | 135 |
| 7.3 | Test und Mutungsintervall für den Median. . . . .                                 | 138 |
| 7.4 | Der sogenannte „Test von McNemar“. . . . .                                        | 139 |
| 7.5 | Test für den Median einer symmetrischen Verteilung . . . . .                      | 142 |
| 7.6 | Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben. . . . .                            | 150 |
| 7.7 | Der Vergleich mehrerer unabhängiger Stichproben . . . . .                         | 158 |
| 7.8 | Der Vergleich mehrerer verbundener Stichproben. . . . .                           | 162 |
| 8   | Die $\chi^2$ -Methode; Kontingenztafeln . . . . .                                 | 166 |
| 8.1 | Die $\chi^2$ -Methode. . . . .                                                    | 166 |
| 8.2 | Die $\chi^2$ -Methode bei Abhängigkeit von einem Parameter . . . . .              | 170 |
| 8.3 | Die Unabhängigkeit in einer Kontingenztafel . . . . .                             | 179 |
| 8.4 | Der Vergleich von $r$ Stichproben . . . . .                                       | 186 |
| 8.5 | Ein Test gegen Trend . . . . .                                                    | 191 |
| 9   | Normalverteilung; höhere Verfahren . . . . .                                      | 194 |
| 9.1 | Einleitung . . . . .                                                              | 194 |
| 9.2 | Test und Mutungsintervall für die Varianz . . . . .                               | 195 |
| 9.3 | Der Vergleich zweier Varianzen. . . . .                                           | 197 |
| 9.4 | Test und Mutungsintervall für den Mittelwert . . . . .                            | 21  |
| 9.5 | Prognose- und Toleranzintervalle. . . . .                                         | 21  |
| 9.6 | Vergleich zweier Mittelwerte: verbundene Stichproben . . . . .                    | 211 |
| 9.7 | Vergleich zweier Mittelwerte: unabhängige Stichproben . . . . .                   | 211 |

|      |                                                                                    |     |
|------|------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 9.8  | Vergleich zweier Mittelwerte: unabhängige Stichproben, ungleiche Varianz . . . . . | 216 |
| 9.9  | Verbundene oder unabhängige Stichproben? . . . . .                                 | 219 |
| 9.10 | Vergleich mehrerer Mittelwerte: unabhängige Stichproben. . . . .                   | 223 |
| 9.11 | Die Beurteilung linearer Kontraste. . . . .                                        | 231 |
| 9.12 | Die Komponenten der Streuung . . . . .                                             | 235 |
| 9.13 | Vergleich mehrerer Mittelwerte: verbundene Stichproben . . . . .                   | 242 |
| 9.14 | Zufällige Zuordnung . . . . .                                                      | 249 |
| 9.15 | Versuchsplanung . . . . .                                                          | 251 |
| 10   | Regression und Korrelation. . . . .                                                | 252 |
| 10.1 | Die Regressionsanalyse . . . . .                                                   | 252 |
| 10.2 | Prognoseintervall für $x$ . . . . .                                                | 262 |
| 10.3 | Mutungsintervall für $y$ . . . . .                                                 | 263 |
| 10.4 | Das Bestimmtheitsmaß. . . . .                                                      | 266 |
| 10.5 | Die Korrelationsanalyse. . . . .                                                   | 267 |
| 10.6 | Tests und Mutungsintervalle für Korrelationskoeffizienten. . . . .                 | 269 |
| 10.7 | Die Partielle Korrelation. . . . .                                                 | 272 |
| 10.8 | Die Reihenkorrelation. . . . .                                                     | 275 |
| 10.9 | Verteilungsunabhängige Verfahren. . . . .                                          | 276 |
|      | Tabellen. . . . .                                                                  | 281 |
|      | Literatur. . . . .                                                                 | 299 |
|      | Namen-und Sachverzeichnis. . . . .                                                 | 313 |